UNIVERSIDAD SIMÓN BOLÍVAR
DEPARTAMENTO DE FÍSICA

FS1112 • 3er Parcial (**100/3**)
Martes, 26 de Agosto de 2014

Nombre ______________________________ Carnet ______________

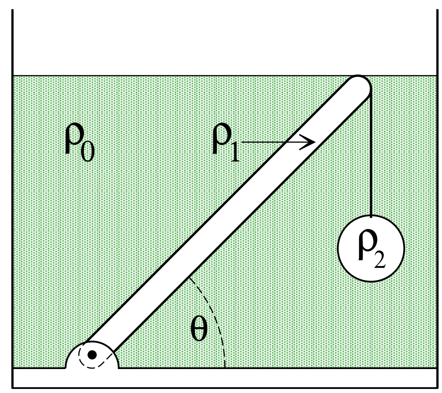
Las siguientes **cinco** *preguntas se refieren al sistema representado en la figura:*

Una vara de madera, de longitud $\boldsymbol{\ell}$ y volumen $\boldsymbol{V_1}$, está sumergida en un tanque de agua, como se muestra en la figura. La vara está anclada al fondo del tanque mediante una bisagra en su extremo inferior, mientras que del otro extremo de la misma, a ras de la superficie, cuelga una bola de volumen $\boldsymbol{V_2}$ de manera que el sistema vara–bola se mantiene en equilibrio estático. La profundidad del tanque es $\boldsymbol{H = \ell\ \mathrm{sen}(\theta)}$.

La densidad del agua es $\boldsymbol{\rho_0}$, la de la vara, $\boldsymbol{\rho_1 = 3\rho_0/4}$, y la de la bola, $\boldsymbol{\rho_2 = 7\rho_0/4}$.

1. [**5** ***pts.***] La fuerza de flotación (empuje) $\vec{E}_1$ que ejerce el agua sobre la vara:

( ) Actúa sobre el centro de masas de la vara y es perpendicular a la misma en dirección ascendente (↖)
( ) Actúa sobre el centro de masas del sistema y vertical hacia arriba (↑)
( ) Actúa sobre el centro de masas de la vara y es perpendicular a la misma en dirección descendente (↘)
( ) Actúa sobre el centro de masas del sistema y es vertical hacia abajo (↓)
(★) Actúa sobre el centro de masas de la vara y es vertical hacia arriba (↑)



2. [**5** ***pts.***] La magnitud $\boldsymbol{T}$ de la tensión de la cuerda es:

( ) $T = \frac{7}{4}\rho_0 V_2 g$	(★) $T = \frac{3}{4}\rho_0 V_2 g$	( ) $T = \frac{11}{4}\rho_0 V_2 g$
( ) $T = \frac{3}{7}\rho_0 V_2 g$	( ) $T = \frac{4}{7}\rho_2 V_2 g$	

3. [**5** ***pts.***] La fuerza $\vec{S}$ que ejerce la bisagra sobre la vara:

( ) Apunta hacia abajo (↓) y tiene igual magnitud que el peso de la bola
(★) Apunta hacia abajo (↓) y tiene igual magnitud que la tensión de la cuerda
( ) Apunta en dirección perpendicular a la vara, en dirección contraria al empuje (↘)
( ) Apunta hacia arriba (↑) y tiene igual magnitud que el peso de la bola
( ) Apunta en dirección perpendicular a la vara, en dirección contraria al empuje (↖)

4. [**5** ***pts.***] La relación entre el volumen $\boldsymbol{V_2}$ de la bola y el volumen $\boldsymbol{V_1}$ de la vara, debe ser:

( ) $V_2 = \frac{4}{7} V_1$	( ) $V_2 = \frac{3}{7} V_1$	( ) $V_2 = \frac{2}{3} V_1$
( ) $V_2 = \frac{1}{7} V_1$	(★) $V_2 = \frac{1}{6} V_1$	

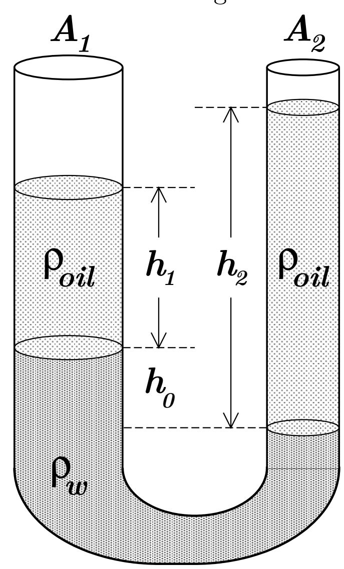
5. [**5** ***pts.***] Si la cuerda se rompe, la aceleración de la bola en el instante en que parte del reposo, será:

( ) $a = \frac{3}{7} g$ ascendente	( ) $a = \frac{4}{7} g$ descendente	(★) $a = \frac{3}{7} g$ descendente
( ) $a = \frac{4}{7} g$ descendente	( ) $a = \frac{7}{3} g$ descendente	

Las siguientes **dos** *preguntas se refieren al sistema representado en la figura:*

Un tubo en **U**, consta de dos columnas verticales de secciones transversales $\boldsymbol{A_1}$ y $\boldsymbol{A_2}$ ($\boldsymbol{A_1 = 2A_2}$), respectivamente, abiertas a la presión atmosférica. En el fondo, el tubo contiene agua con densidad $\boldsymbol{\rho_w}$. En ambas columnas se vierte el mismo volumen $\boldsymbol{V}$ de aceite, cuya densidad es $\boldsymbol{\rho_{oil} = 4\rho_w/5}$. La figura muestra el tubo cuando ya los fluidos están en equilibrio.

Sean $\boldsymbol{h_1}$ y $\boldsymbol{h_2}$ las alturas respectivas de las columnas de aceite, y $\boldsymbol{h_0}$ el desnivel existente entre las interfaces agua–aceite.



6. [**5** $\boldsymbol{pts.}$] La relación entre las alturas respectivas $\boldsymbol{h_1}$ y $\boldsymbol{h_2}$ de las columnas de aceite es:

( ) $h_1 = \frac{1}{4} h_2$	( ) $h_1 = \frac{3}{4} h_2$	( ) $h_1 = \frac{4}{5} h_2$
( ) $h_1 = \frac{1}{3} h_2$	(★) $h_1 = \frac{1}{2} h_2$	

7. [**5** $\boldsymbol{pts.}$] El desnivel $\boldsymbol{h_0}$ entre las interfaces agua–aceite es:

( ) $h_0 = \frac{3}{4} h_2$	( ) $h_0 = \frac{3}{5} h_1$	(★) $h_0 = \frac{4}{5} h_1$
( ) $h_0 = \frac{1}{4} h_2$	( ) $h_0 = \frac{1}{4} h_1$	

---

8. [**5** $\boldsymbol{pts.}$] Dos vasos aislantes contienen $\boldsymbol{200\,[gr]}$ de líquido cada uno, ambos a la temperatura ambiente, $\boldsymbol{25\,[°C]}$. Uno contiene agua pura y el otro, alcohol, cuyo calor específico es $\boldsymbol{3/5}$ del calor específico del agua, $\boldsymbol{c_{H2O} = 1\,[cal/gr\,°C]}$. En cada vaso se introduce un cubito de hielo de masa $\boldsymbol{m}$, que se derrite por completo hasta que la mezcla final queda en la fase líquida. La temperatura final de la mezcla líquida, en el equilibrio:

( ) Es igual en ambos vasos
( ) No se pueden comparar, porque no se conoce la masa exacta del cubito de hielo añadido
( ) Es menor en el vaso que contenía puro agua
( ) No se pueden comparar, porque el agua del hielo derretido no se mezcla con el alcohol
(★) Es menor en el vaso que contenía puro alcohol

9. [**5** $\boldsymbol{pts.}$] En un recipiente aislante se tiene una cantidad conocida de agua fría a una temperatura $\boldsymbol{T_1}$. En el agua se sumerge una pelota de cobre caliente a una temperatura $\boldsymbol{T_2 > T_1}$. Sean $\boldsymbol{\Delta S_1}$ y $\boldsymbol{\Delta S_2}$ las variaciones de entropía del agua y de la pelota, respectivamente, y $\boldsymbol{\Delta S_{TOT} = \Delta S_1 + \Delta S_2}$ la variación total de la entropía del sistema combinado. Las mismas satisfacen las relaciones:

( ) $\Delta S_1 > 0,\ \Delta S_2 < 0,\ \Delta S_{TOT} = 0$	( ) $\Delta S_1 < 0,\ \Delta S_2 < 0,\ \Delta S_{TOT} < 0$
(★) $\Delta S_1 > 0,\ \Delta S_2 < 0,\ \Delta S_{TOT} > 0$	( ) $\Delta S_1 > 0,\ \Delta S_2 > 0,\ \Delta S_{TOT} > 0$
( ) $\Delta S_1 < 0,\ \Delta S_2 > 0,\ \Delta S_{TOT} = 0$	

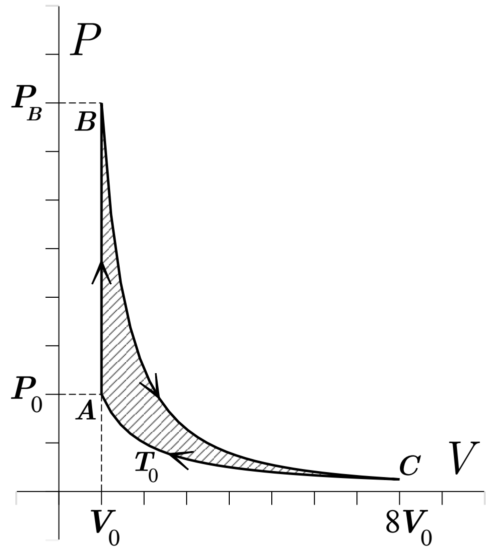
10. [**5** $\boldsymbol{pts.}$] Un gas monoatómico ideal tiene una energía cinética promedio $\boldsymbol{\langle\kappa_0\rangle}$ cuando su volumen es $\boldsymbol{V_0}$. Si el gas se expande adiabáticamente hasta $\boldsymbol{V = 27V_0}$, la energía cinética promedio $\boldsymbol{\langle\kappa\rangle}$ será:

(★) $\langle\kappa\rangle = \frac{1}{9}\langle\kappa_0\rangle$	( ) $\langle\kappa\rangle = \frac{1}{27}\langle\kappa_0\rangle$	( ) $\langle\kappa\rangle = \frac{1}{3}\langle\kappa_0\rangle$
( ) $\langle\kappa\rangle = 3\langle\kappa_0\rangle$	( ) $\langle\kappa\rangle = 9\langle\kappa_0\rangle$	

Las siguientes **cuatro** *preguntas se refieren al ciclo representado en la figura.*
Sus resultados definitivos **deben** *ser escritos en las* **tablas** *de la página siguiente.*

Una máquina térmica, cuyo ciclo se representa en la figura, contiene $\boldsymbol{n}$ moles de un gas ideal monoatómico.* Desde el estado $\boldsymbol{A}$, de volumen $\boldsymbol{V_0}$, presión $\boldsymbol{P_0}$ y temperatura $\boldsymbol{T_0}$, se calienta a volumen constante hasta el estado $\boldsymbol{B}$ cuya presión $\boldsymbol{P_B}$ se desconoce. A continuación, el gas se expande adiabáticamente al volumen $\boldsymbol{V_C = 8V_0}$ del estado $\boldsymbol{C}$, cuya presión $\boldsymbol{P_C}$ también se desconoce. Finalmente, retorna al estado $\boldsymbol{A}$ mediante un proceso isotérmico de compresión.

$\boxed{\bigstar \quad \boldsymbol{\gamma = 5/3}, \quad \boldsymbol{8^\gamma = 32}, \quad \boldsymbol{8^{\gamma-1} = 4}}$



11. [**15** ***pts.***] Calcule las presiones y temperaturas correspondientes a los estados $\boldsymbol{B}$ y $\boldsymbol{C}$.

12. [**15** ***pts.***] Calcule el trabajo $\boldsymbol{W}$ hecho por el gas y el calor $\boldsymbol{Q}$ transferido al mismo, en los procesos $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{BC}$ y $\boldsymbol{CA}$.

13. [**10** ***pts.***] Calcule la variación de la energía interna $\boldsymbol{\Delta U}$ y la variación de la entropía $\boldsymbol{\Delta S}$ del gas, en los procesos $\boldsymbol{AB}$, $\boldsymbol{BC}$ y $\boldsymbol{CA}$.

14. [**10** ***pts.***] Calcule la eficiencia $\boldsymbol{\epsilon}$ del ciclo y la eficiencia $\boldsymbol{\epsilon_C}$ de un ciclo de Carnot que funcione entre las temperaturas extremas del presente ciclo.

11.	$\boldsymbol{V}$	$\boldsymbol{P}$	$\boldsymbol{T}$
$\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{V_0}$	$\boldsymbol{P_0}$	$\boldsymbol{T_0}$
$\boldsymbol{B}$	$\boldsymbol{V_0}$	$\boxed{\boldsymbol{4P_0}}$	$\boxed{\boldsymbol{4T_0}}$
$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{8V_0}$	$\boxed{\boldsymbol{\frac{P_0}{8}}}$	$\boldsymbol{T_0}$

12.	W	Q
AB	0	$\boxed{+\frac{9}{2}nRT_0}$
BC	$\boxed{+\frac{9}{2}nRT_0}$	0
CA	$\boxed{-3nRT_0 \ln 2}$	$\boxed{-3nRT_0 \ln 2}$

13.	ΔU	ΔS
AB	$\boxed{+\frac{9}{2}nRT_0}$	$\boxed{+3nR \ln 2}$
BC	$\boxed{-\frac{9}{2}nRT_0}$	0
CA	0	$\boxed{-3nR \ln 2}$

14.	$\boxed{\epsilon = 1 - \frac{2}{3} \ln 2 \approx 0.53}$	$\boxed{\epsilon_C = 1 - \frac{T_0}{4T_0} = 0.75}$

RESPUESTAS DETALLADAS

1–5: La vara, así como la bola, se encuentra en equilibrio estático, por lo que hay que escribir ecuaciones de equilibrio para cada cuerpo, tomando en cuenta las fuerzas de flotación (empuje) correspondientes.

1. El principio de Arquímedes establece que la fuerza de flotación que ejerce el fluido sobre la vara actúa en el centro de masas de la misma, y en dirección perpendicular a las superficies isobáricas, en este caso $\boxed{\textbf{vertical hacia arriba } (\uparrow)}$

2. La ecuación de equilibrio estático para la bola queda $T + E_2 = M_2 g$, donde $E_2 = \rho_0 V_2 g$ es la fuerza de flotación, y $M_2 g = \rho_2 V_2 g$ el peso. Siendo $\rho_2 = 7\rho_0/4 \Rightarrow \rho_2 - \rho_0 = 3\rho_0/4$, se tiene entonces $\boxed{T = \frac{3}{4}\,\rho_0 V_2 g}$

3. Sobre la vara actúan cuatro fuerzas, una desconocida ($\vec{S}$) que ejerce el soporte, y tres conocidas que apuntan en dirección vertical, a saber: la tensión de la cuerda $\vec{T}$ ($\downarrow$), el peso $M_1\vec{g}$ ($\downarrow$) y el empuje $\vec{E}_1$ ($\uparrow$). Las dos últimas actúan en el centro de masas, y la tensión, en el extremo superior. Dado que la suma de fuerzas es cero, $\vec{S}$ tiene que ser vertical. Igualando a cero el torque respecto al centro de masas, se tiene que $\boxed{\vec{S} = \vec{T}(\downarrow)}$

4. Usando ahora la ecuación de equilibrio traslacional para la vara, se tiene que $S + T + M_1 g = E_1$, con $S = T = 3\rho_0 V_2 g/4$, $M_1 g = \rho_1 V_1 g = 3\rho_0 V_1 g/4$ y $E_1 = \rho_0 V_1 g$. Eliminando el producto $\rho_0 g$ de la ecuación, se obtiene $\boxed{V_2 = \frac{1}{6}\,V_1}$

5. Si se rompe la cuerda, el desbalance de fuerzas sobre la bola queda exactamente igual al opuesto de la tensión que ejercía la cuerda sobre la misma ($\downarrow$). Luego $M_2\, a = \frac{7}{4}\,\rho_0\, V_2\, a = \frac{3}{4}\,\rho_0\, V_2\, g \implies \boxed{a = \frac{3}{7}\, g\ (\downarrow)}$

6–7: Cuando los fluidos están en equilibrio, la presión manométrica en el nivel inferior de la columna de la derecha tiene que ser igual a la presión manométrica al mismo nivel dentro del agua al lado izquierdo.

6. Dado que los volúmenes de aceite son iguales en ambos brazos, la relación de alturas es inversa a la relación de áreas. Por lo tanto $\boxed{h_1 = \frac{1}{2}\,h_2}$

7. Aplicando el Principio de Pascal en ambos lados, $\rho_{oil}\, h_1\, g + \rho_w\, h_0\, g = \rho_{oil}\, h_2\, g$. Siendo $\rho_{oil} = 4\rho_w/5$, se tiene $\boxed{h_0 = \frac{4}{5}\,h_1}$

---

8. Las masas de alcohol y de agua pura son iguales, luego la relación entre las capacidades caloríficas respectivas es $C_{alcohol} = 3\,C_{H2O}/5$. Al derretirse hasta quedar líquido a $0\,[°C]$, el cubito de hielo obtiene una cantidad de calor igual en ambos casos, Q_m. Las variaciones de temperatura hasta ese punto son $Q_m = C_{alcohol}\Delta T_{alcohol} = C_{H2O}\Delta T_{H2O}$, es decir que la temperatura del alcohol desciende más que la del agua. Por la misma razón, al llegar al equilibrio, el descenso en la temperatura del alcohol habrá sido mayor $\therefore$ $\boxed{\textbf{la temperatura final será menor en el vaso que contenía alcohol}}$

---

9. Si denominamos $đQ$ al calor que intercambian el cuerpo frío y el caliente, en cada paso hacia el equilibrio, se tiene: $đQ_1 = đQ = -đQ_2 > 0$, es decir $dS_1 = đQ/T_1 > 0$ y $dS_2 = -đQ/T_2 < 0$. En el camino al equilibrio, se tendrá $T_2 > T_1$ en cada paso, es decir $dS_{TOT} = đQ\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right) > 0$.

Integrando, las correspondientes variaciones de entropía quedarán $\boxed{\Delta S_1 > 0,\ \Delta S_2 < 0,\ \Delta S_{TOT} > 0}$

---

10. La energía cinética por partícula es proporcional a la temperatura en un gas ideal. Así, contabilizando la temperatura final en la expansión adiabática de V_0 a $V = 27V_0$, se tendrá la relación entre la energía cinética final y la inicial:

$$TV^{\gamma-1} = T_0 V_0^{\gamma-1}, \quad \text{donde} \quad \gamma - 1 = 2/3 \quad \Rightarrow \quad \frac{T}{T_0} = \left(\frac{V_0}{27V_0}\right)^{2/3} = \frac{1}{9} \qquad \implies \qquad \boxed{\langle\kappa\rangle = \frac{1}{9}\langle\kappa_0\rangle}$$

11–14: Dado que el sistema consta de $\boldsymbol{n}$ moles de un gas ideal monoatómico, son válidas la ecuación de estado $\boxed{PV = nRT}$ y la de la energía interna $\boxed{U = \frac{3}{2}nRT.}$ Además las capacidades calóricas son conocidas $\boxed{C_V = \frac{3}{2}nR}$ y $\boxed{C_P = \frac{5}{2}nR}$

- -

11. Dado que $V_C = 8V_0$ y $T_C = T_0$ la ecuación de estado da directamente $\boxed{P_C = P_0/8\,.}$ Usando el estado $\boldsymbol{C}$ como referencia, calculamos la temperatura en el estado $\boldsymbol{B}$. Siendo el proceso $\boldsymbol{BC}$ adiabático: $T_B\cancel{V_0}^{\gamma-1} = T_C(8\cancel{V_0})^{\gamma-1} = 4T_0\cancel{V_0}^{\gamma-1}$

$$\Longrightarrow \quad \boxed{T_B = 4T_0} \quad \text{y} \quad \boxed{P_B = 4P_0}$$

12. $\boldsymbol{AB}$ **:** A volumen constante, no hay trabajo y el calor transferido al gas es $Q_{AB} = C_V(\Delta T)_{AB} = \frac{3}{2}nR(3T_0)$

$$\Longrightarrow \boxed{Q_{AB} = \frac{9}{2}nRT_0}$$

$\boldsymbol{BC}$ **:** El calor transferido al gas es cero y el trabajo es el opuesto de la variación de la energía interna:

$$W_{BC} = -\Delta U_{BC} = -C_V(\Delta T)_{BC} = -\frac{3}{2}nR(-3T_0) = \frac{9}{2}nRT_0 \qquad \Longrightarrow \quad \boxed{W_{BC} = \frac{9}{2}nRT_0}$$

$\boldsymbol{CA}$ **:** A temperatura constante, la energía interna no cambia y por lo tanto $Q_{CA} = W_{CA} < 0$ ya que el gas es comprimido en el proceso $\boldsymbol{CA}$. Calculamos W_{CA} explícitamente:

$$W_{CA} = \int_C^A PdV = nRT_0 \int_{8V_0}^{V_0} \frac{dV}{V} \qquad \Longrightarrow \quad \boxed{Q_{CA} = W_{CA} = nRT_0 \ln\left(\frac{1}{8}\right) = -3nRT_0\ln(2)}$$

13. $\boldsymbol{AB}$ **:** A volumen constante, la variación de energía interna es igual al calor calculado arriba: $\boxed{(\Delta U)_{AB} = Q_{AB} = \frac{9}{2}nRT_0}$

La variación de entropía viene dada por $dS_V = đQ_V/T = C_V(dT/T)$, es decir

$$(\Delta S)_{AB} = \frac{3}{2}nR\int_{T_0}^{4T_0}\frac{dT}{T} = \frac{3}{2}nR\,\ln(4) \qquad \Longrightarrow \quad \boxed{(\Delta S)_{AB} = 3nR\ln(2)}$$

$\boldsymbol{BC}$ **:** La variación de energía interna ya se calculó arriba $\boxed{(\Delta U)_{BC} = -W_{BC} = -\frac{9}{2}nRT_0}$

Por ser un proceso adiabático reversible, la entropía no cambia.

$\boldsymbol{CA}$ **:** A temperatura constante, la energía interna no cambia.
La variación de entropía viene dada por $dS_T = đQ/T = đW/T = nR(dV/V)$. Tratándose de una compresión del gas desde $8V_0$ hasta V_0, se tiene $\boxed{\Delta S_{CA} = nR\,\ln\left(\frac{1}{8}\right) = -3nR\ln(2)}$

Nótese que las sumas respectivas de las variaciones de energía y de entropía dan cero, lo que era de esperarse tratándose de un ciclo reversible.

14. La eficiencia de un ciclo de Carnot, que se lleve a cabo entre los valores extremos de temperatura del presente ciclo, es $\boxed{\boldsymbol{\epsilon_C} = 1 - (T_0/4T_0) = 3/4 = 0.75.}$

Por otra parte, la eficiencia del presente ciclo está dada por la definición $\boldsymbol{\epsilon} = 1 - \left|\frac{Q_{out}}{Q_{in}}\right|$, siendo $|Q_{out}| = |Q_{CA}| = 3nRT_0\ln(2)$ y $|Q_{in}| = |Q_{AB}| = \frac{9}{2}nRT_0$.

Luego $\boxed{\boldsymbol{\epsilon} = 1 - (2\ln 2)/3 \approx 0.53}$